Χρονικό διάστημα και χρονική στιγμή: σκέψεις για μια πιο παραδοσιακή διαχείριση της κινηματικής

Νίκος Κανδεράκης

Εισαγωγή

Αφορμή για το κείμενο αυτό στάθηκε ένα άρθρο του Γάλλου φιλοσόφου των μαθηματικών και της φυσικής Michel Paty, στο οποίο εξετάζονται οι απαρχές της μαθηματικοποίησης της φυσικής (Paty, 2003). Σύμφωνα με τον Paty:

«*Από τη μετέπειτα ιστορία της δημιουργίας της Φυσικής μέσα από τη μαθηματικοποίηση, θα αναφέρουμε μόνο άλλο ένα αποφασιστικό βήμα: την κατασκευή του «στιγμιαίου χρόνου» από την ιδέα του χρόνου ως διάρκειας …. Η εφεύρεση αυτή σχετίσθηκε με το νέο απειροστικό λογισμό… Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η ανάδυση ενός νέου είδους μεγέθους: των συνεχών ποσοτήτων που δημιουργούνται ως έννοιες μέσω του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού…*» (Paty, 2003).

Το «χρονικό διάστημα» ή η «χρονική διάρκεια» είναι μια γνωστή και ευρέως χρησιμοποιούμενη έννοια στην καθημερινή ζωή, με την οποία είναι αρκετά εξοικειωμένοι οι μαθητές (π.χ. έτος, ημέρα, εβδομάδα κλπ). Η «χρονική στιγμή» (ο «στιγμιαίος χρόνος») είναι ουσιαστικά μια θεωρητική κατασκευή, η οποία προϋποθέτει την ύπαρξη ενός σχετικά ακριβούς μηχανικού ρολογιού, ενός δημιουργήματος των νεώτερων χρόνων. Τα παλιότερα ρολόγια (κλεψύδρες, ηλιακά ρολόγια κλπ.) μπορούσαν να μετρήσουν μόνο διάρκειες και αυτές μόνο κατά προσέγγιση.

Η ιδέα της «χρονικής στιγμής», μας λέει ο Paty, αναδύθηκε από τις εργασίες των, μετά τον Γαλιλαίο και τον Descartes, φυσικών φιλοσόφων (Huygens, Newton, Leibniz κλπ), μέσα από την προσπάθειά τους να συλλάβουν νέα και παλιά μεγέθη με ένα νέο τρόπο: ως συνεχώς μεταβαλλόμενα στο χρόνο μεγέθη, δηλαδή ως συναρτήσεις του χρόνου. Επιπλέον, η ιδέα αυτή είναι απολύτως απαραίτητη για την εισαγωγή του απειροστικού λογισμού (ο οποίος δημιουργήθηκε για να εξετασθεί μαθηματικά η κίνηση).

Στην ελληνική σχολική Φυσική, συμβαίνει το παράδοξο να ορίζουμε μια έννοια καλά εδραιωμένη από την καθημερινή εμπειρία, το «χρονικό διάστημα», μέσω μιας πολύ λιγότερο εδραιωμένης από την εμπειρία θεωρητικής έννοιας, της «χρονικής στιγμής», μέσα από τον τύπο $\Delta t = t_2 - t_1$. Η πρακτική αυτή έχει ένα επιπλέον μειονέκτημα: με τη λέξη «χρόνος» υποδηλώνονται δύο ξεχωριστά μεγέθη, ο «χρόνος» ως συντεταγμένη, δηλαδή η «χρονική στιγμή», και ο «χρόνος» ως «χρονική διάρκεια», και όπου το τι είναι τι προσδιορίζεται από τα συμφραζόμενα (ακόμα και στους τύπους), δημιουργώντας μεγάλο μπέρδεμα στους μαθητές.

Στο κείμενο αυτό, μετά από ένα σύντομο ιστορικό του ζητήματος και ένα σχολιασμό των προτάσεων του Arons (1992) για τη διδασκαλία της κινηματικής, εξετάζονται κάποιες εννοιολογικές δυσκολίες που οφείλονται στο αλγεβρικό υπόβαθρο των εξισώσεων της σχολικής Φυσικής, και προτείνεται μια νέα εκδοχή ενός παραδοσιακού διδακτικού μετασχηματισμού της κινηματικής, δηλαδή η διάσπασή της σε μια σειρά από απλές και διαχειρίσιμες κινήσεις. Με τη διαχείριση αυτή υποστηρίζουμε ότι θα περιορισθούν τα προβλήματα στη διδασκαλία της κινηματικής, αλλά και η έκτασή της στο σχολικό πρόγραμμα.

Σύντομο ιστορικό

Ο Γαλιλαίος δεν εξετάζει την κίνηση γενικά. Δεν θα μπορούσε εξ άλλου χωρίς τον απειροστικό λογισμό. Εξετάζει μόνο ειδικές κινήσεις, όπως την «ομοιόμορφη κίνηση» (ευθύγραμμη ομαλή), την «ομοιόμορφα επιταχυνόμενη κίνηση» (ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη), καθώς και τις συνθέσεις τους, στις βολές. Ο Γαλιλαίος, με αυτό τον τρόπο, κάνει ένα μετασχηματισμό του προς εξέταση Φυσικού αντικειμένου, κυρίως για επιστημονικούς – ερευνητικούς λόγους, αλλά δευτερευόντως και για διδακτικούς λόγους: για να γίνεται κατανοητός από τους αναγνώστες του.

Για να μελετήσει τις κινήσεις που εξετάζει ποσοτικά, ο Γαλιλαίος επινοεί απλές γεωμετρικές κατασκευές, οι οποίες συνήθως συνδυάζουν μια απλουστευμένη αναπαράσταση-μοντελοποίηση του εξεταζόμενου φαινομένου, μαζί με ιδιότυπα γραφήματα που αναπαριστούν τις μεταβολές των σχετικών μεγεθών και τις σχέσεις μεταξύ τους (Crowe, 2007).

Στις *Δύο Νέες Επιστήμες* ασχολείται αποκλειστικά με χρονικά διαστήματα. Όταν αναπαριστά, όμως, το χρόνο με ευθείες γραμμές, τα σημεία αυτών των γραμμών αντιπροσωπεύουν χρονικές στιγμές. Επιπλέον, ο Γαλιλαίος, μιλώντας για την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, αντιλαμβάνεται ότι η συνεχώς μεταβαλλόμενη ταχύτητα πρέπει να υπολογίζεται κάθε φορά σε μικρά χρονικά διαστήματα (Galileo, 1974). Τα μικρά αυτά τμήματα του χρόνου θα γίνουν απειροστά από τους μαθηματικούς της επόμενης γενιάς.

Ο Νεύτων εξετάζει πιο γενικές περιπτώσεις κίνησης. Κινήσεις σωμάτων που κινούνται με τυχαίες ταχύτητες κάτω από την επίδραση κεντρικών δυνάμεων. Αν και παρουσιάζει τις μελέτες των κινήσεων αυτών με τον τρόπο της ευκλείδειας γεωμετρίας, επιστρατεύει ωστόσο στις αποδείξεις και κάποια στοιχεία του απειροστικού λογισμού (τον οποίο είχε ήδη εφεύρει) όπως τα όρια. Επίσης χρησιμοποιεί απειροστά. Για παράδειγμα, αναφέρεται συχνά στον «ελάχιστο χρόνο» ('minimally small time'), στο «στοιχείο της γραμμής» ('line element') ή στο «ελάχιστο τόξο» ('minimally small arc'). Τα στοιχεία αυτά είναι απολύτως απαραίτητα για μια πιο γενική μελέτη της κίνησης.

Η κατάσταση θα γίνει πιο ξεκάθαρη τον 18ο αιώνα, από τους Φυσικούς φιλοσόφους και τους μαθηματικούς της ηπειρωτικής Ευρώπης (Varignon, Johann και Daniel Bernoulli, d' Alembert, Clairaux, Euler, Lagrange κλπ). Αυτοί θα μεταγράψουν τη νευτώνεια μηχανική στη γλώσσα της άλγεβρας και θα χρησιμοποιήσουν συστηματικά τον απειροστικό λογισμό τόσο για να προσδιορίσουν μαθηματικά και με αυστηρότητα τις έννοιες της μηχανικής όσο και για να διατυπώσουν με γενικότητα και ακρίβεια τους νόμους και τις αρχές της (Blay, 2002).

Τα σημερινά σχολικά προγράμματα και τα αντίστοιχα σχολικά εγχειρίδια, πάντως, για να διαχειρισθούν την κινηματική, ακολουθούν σε γενικές γραμμές το πρότυπο του Γαλιλαίου. Αδυνατώντας να εξετάσουν την κίνηση στη γενικότητά της χωρίς τον απειροστικό λογισμό, σπάζουν την εξέτασή της σε μια σειρά από ειδικές, απλές, και διαχειρίσιμες με τα σχολικά μαθηματικά, περιπτώσεις, πάνω στις οποίες προσδιορίζονται και οι βασικές έννοιες: η ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η επιτάχυνση στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση κλπ. Στην ουσία κάνουν ένα διδακτικό μετασχηματισμό του επιστημονικού προτύπου της μηχανικής στο γνωσιακό επίπεδο των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Δυστυχώς ο μετασχηματισμός αυτός, στα διδακτικά εγχειρίδια αλλά και συχνά στη διδακτική πράξη, δεν είναι συνεπής. Γίνονται πολλές υπερβάσεις του με ενέσεις ανώτερης Φυσικής. Για παράδειγμα, στη Φυσική της Α΄ Λυκείου, πέρα από τη χαώδη συζήτηση για θέσεις, μετατοπίσεις και διανυσματικές μετατοπίσεις σε διαφοροποίηση με τα διαστήματα, ταχύτητες και διανυσματικές ταχύτητες διαφόρων ειδών κλπ, συχνά παρουσιάζονται και διανυσματικές εξισώσεις, όπως π.χ. η $\vec{\alpha} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$ ή η $\vec{v} = \overrightarrow{v_o} + \vec{\alpha} \cdot \Delta t$, οι οποίες δεν πρόκειται να χρησιμοποιηθούν ποτέ στην πράξη. Οι υπερβάσεις αυτές κατά κανόνα δημιουργούν σύγχυση και διώχνουν τους μαθητές από το μάθημα.

Ο Arons και η «χρονική στιγμή»

Ο Arons υποστηρίζει ότι είναι αδύνατον να κατανοήσει κανείς την ανάλυση της κίνησης που κάνει η νεώτερη Φυσική, αν δεν κατανοήσει τις έννοιες «χρονική στιγμή» και «στιγμιαία θέση», δηλαδή τις χωρικές και χρονικές συντεταγμένες. Οι έννοιες αυτές είναι αναγκαίες για να εισαχθούν οι έννοιες «στιγμιαία ταχύτητα» και «στιγμιαία επιτάχυνση», μέσα από λειτουργικούς ορισμούς που περιγράφουν τις διαδικασίες που τις υπολογίζουν και τις ορίζουν, με τη βοήθεια και των γραφικών παραστάσεων (Arons, 1992)

Ο Arons βέβαια έχει δίκιο. Αλλά διδάσκει εισαγωγική Φυσική σε μελλοντικούς επιστήμονες, μηχανικούς και σε υποψήφιους εκπαιδευτικούς των Φυσικών Επιστημών). Οι έννοιες «χρονική στιγμή» και «στιγμιαία θέση» του είναι απολύτως απαραίτητες τόσο για να χρησιμοποιήσει τον απειροστικό λογισμό για τον μαθηματικό προσδιορισμό των βασικών κινηματικών εννοιών, όσο και για τη μελέτη της κίνησης εν γένει, από την οποία θα συναχθούν στο τέλος συμπεράσματα για τις επιμέρους κινήσεις.

Τεχνικές και εννοιολογικές δυσκολίες

Μπορούν, όμως, όλα αυτά να διδαχθούν σε ένα γενικό Λύκειο, σε ένα μάθημα γενικής παιδείας, και σε μαθητές που στην πλειοψηφία τους δεν θα γίνουν ούτε φυσικοί (ή χημικοί ή βιολόγοι) ούτε μηχανικοί; Νομίζω ότι είναι απολύτως αδύνατον, κατ' αρχήν, για τουλάχιστον δύο τεχνικούς λόγους. Πρώτον, πρέπει να καταναλωθεί ένα δυσανάλογα μεγάλο ποσοστό του ετήσιου διδακτικού χρόνου της Φυσικής για να διδαχθεί μόνο η κινηματική, εγκαταλείποντας σε συνοπτική διεκπεραίωση άλλες σημαντικότερες έννοιες, όπως π.χ. η «ενέργεια». Δεύτερον, εκτός από ένα μικρό αριθμό εκστασιασμένων με τη Φυσική μαθητών, ο εκπαιδευτικός θα χάσει το ακροατήριό του. Ξέρουμε ότι οι μαθητές χάνουν το ενδιαφέρον τους, αν το παρατραβάμε με ζητήματα που δεν έχουν άμεση χρησιμότητα ή εμφανή σχέση με την καθημερινή ζωή ή που με κάποιο τρόπο δεν τους εντυπωσιάζουν (Checkley, 2005).

Από την άλλη μεριά, οι δυσκολίες που έχουν οι μαθητές με τις κινητικές έννοιες και τις αντίστοιχες εξισώσεις δεν είναι κατά κύριο λόγο εννοιολογικές που αφορούν τη Φυσική. Δεν φαίνεται να έχουν δημιουργηθεί από την εμπειρία ισχυρές αυθόρμητες έννοιες και δομές που να εμποδίζουν τη συγκρότηση από το μαθητή του αντίστοιχου επιστημονικού προτύπου, όπως π.χ. συμβαίνει στη δυναμική (Driver et al, 1998). Αφορούν, ως επί το πλείστον, το λογικο-μαθηματικό υπόβαθρο της κινηματικής, και σχετίζονται κυρίως με την κατανόηση, την ερμηνεία και την ικανότητα χειρισμών και εφαρμογής των αντίστοιχων μαθηματικών συμβόλων και εξισώσεων.

Αυτό δε σημαίνει ότι οι δυσκολίες αυτές είναι μικρότερες από τις εννοιολογικές δυσκολίες του αντίστοιχου φυσικού περιεχομένου. Μπορεί και να είναι πιο σημαντικές. Παραδείγματος χάριν, όπως έχει επισημανθεί ήδη από τη δεκαετία του 1930 από τον Γερμανό φιλόσοφο των μαθηματικών Jacob Klein, αλλά και πρόσφατα από τη καθηγήτρια της διδακτικής των μαθηματικών Anna Sfard, η έννοια του αγνώστου στις αλγεβρικές εξισώσεις έχει υποστεί μια σημαντική εννοιολογική μεταβολή στα νεώτερα μαθηματικά: από σύμβολο που αντιπροσωπεύει ένα συγκεκριμένο αλλά άγνωστο αριθμό (στο Διόφαντο, στους Άραβες, αλλά και στον Cardano), έχει μετατραπεί σε σύμβολο «ενός εκάστου και κάθε αριθμού» (Klein, 1998), δηλαδή σε μια μεταβλητή (από τον Viète και μετά). Την εννοιολογική αυτή μεταβολή δυσκολεύονται να την παρακολουθήσουν οι περισσότεροι μαθητές (Harper, 1987; Sfard, 1991 και 1995). Επιπλέον, με την αντιπροσώπευση των αριθμητικών συντελεστών των εξισώσεων με μη αριθμητικά σύμβολα (γράμματα), δηλαδή με τη μετατροπή των απλών εξισώσεων ($5x+2=12$) σε παραμετρικές εξισώσεις ($ax+b=c$), τα αλγεβρικά σύμβολα δεν αντιπροσωπεύουν πια αριθμούς αλλά είδη αριθμών, και η άλγεβρα δεν είναι πια «λογιστική των αριθμών» αλλά «λογιστική των ειδών» (Viète, 2006). Η κατανόηση και η διαχείριση των εξισώσεων αυτών παρουσιάζει μεγαλύτερες δυσκολίες για τους μαθητές από τις απλές εξισώσεις (Sfard, 1995). Αυτές οι εννοιολογικές ανατροπές έχουν άμεση επίπτωση στη Φυσική, αφού όλες οι εξισώσεις της Φυσικής είναι παραμετρικές και όλα τα αναπαριστώμενα σε αυτές Φυσικά μεγέθη είναι εν δυνάμει μεταβλητές.

Όπως γίνεται φανερό, λόγω των δυσκολιών αυτών, χρειάζεται συστηματική δουλειά στην τάξη με όσο το δυνατόν πιο απλές κινηματικές εξισώσεις, καθώς και άφθονα συγκεκριμένα αριθμητικά παραδείγματα, συνοδευόμενα από την κατασκευή (από τους μαθητές) των αντίστοιχων γραφημάτων, για να αφομοιωθούν οι εξισώσεις αυτές ως συναρτήσεις και τα μεγέθη τους ως μεταβλητές. Προϋπόθεση για να υπάρξει αποτέλεσμα είναι να έχουν εξοικειωθεί οι μαθητές με τις απλές, μη παραμετρικές, εξισώσεις των μαθηματικών, αλλά και να έχουν συνειδητοποιήσει οι εκπαιδευτικοί ότι οι εξισώσεις της Φυσικής βρίσκονται ένα βήμα πιο πάνω, από άποψη αφαίρεσης και εννοιολογικής δυσκολίας, από τις συνήθεις εξισώσεις των μαθηματικών. Η απαραίτητη αυτή δουλειά αφήνει ελάχιστο χρόνο για μεγαλύτερη μαθηματική εκλέπτυνση των κινηματικών εννοιών.

Πρόταση διδακτικής διαχείρισης της κινηματικής

Το κεντρικό πρόβλημα της κινηματικής στα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, όπως έχουμε ήδη δει, είναι ότι η μελέτη της κίνησης απαιτεί τον απειροστικό λογισμό, ενώ δεν μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε. Στο πρόβλημα αυτό, τα προγράμματα απαντούν με ένα ευρύτατα διαδεδομένο διδακτικό μετασχηματισμό: την κατάτμηση της κινηματικής σε μια σειρά απλών περιπτώσεων κίνησης, οι οποίες μπορούν να αντιμετωπισθούν με την άλγεβρα που είναι γνωστή στους μαθητές. Ο παραδοσιακός αυτός μετασχηματισμός, αν τηρηθεί με συνέπεια, θεωρώ ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σήμερα στις τάξεις γενικής παιδείας του Λυκείου, και να λειτουργήσει ικανοποιητικά, σε κάποιο τουλάχιστον βαθμό.

Ένα δεύτερο πρόβλημα έχει να κάνει με τον συνήθη, αλλά όχι αναγκαίο, πολλαπλασιασμό των εννοιών. Συχνά εισάγεται πληθώρα παρόμοιων εννοιών, όπως π.χ. το διάστημα, η μετατόπιση και η θέση· το χρονικό διάστημα και η χρονική στιγμή· η μέση ταχύτητα, η στιγμιαία ταχύτητα, η μέση διανυσματική ταχύτητα και η στιγμιαία διανυσματική ταχύτητα κλπ. Η διάκριση των εννοιών αυτών μεταξύ τους είναι λεπτή και δημιουργεί τρομερή σύγχυση ακόμα και σε άριστους μαθητές.

Προτείνω να εμμείνουμε στον προηγούμενο μετασχηματισμό (τουλάχιστον για τα μαθήματα γενικής παιδείας) και να χρησιμοποιήσουμε μόνο τις απολύτως αναγκαίες έννοιες για τη διεκπεραίωσή του. Μια τέτοια διδακτική πορεία μπορεί να είναι παρόμοια με αυτή που ακολουθεί και ο Hewitt (2004). Μπορούμε να εξαλείψουμε ολοσχερώς την έννοια «χρονική στιγμή», και να χρησιμοποιούμε μόνο «χρονικές διάρκειες», οι οποίες μπορούν να υποδηλώνονται και μόνο με τη λέξη «χρόνος» ή το σύμβολο «t» (όπως κάνει και ο Hewitt). Επίσης, μπορούμε να κρατήσουμε μόνο το «διάστημα» και να απαλείψουμε εντελώς τις έννοιες «θέση στο χώρο» και «μετατόπιση». Στις γραφικές παραστάσεις, τότε, η χρονική συντεταγμένη θα αναπαριστά τις «χρονικές διάρκειες» από κάποια αρχή του χρόνου (π.χ. από τη στιγμή που πατάμε το χρονόμετρο), και η χωρική συντεταγμένη τα διανυόμενα διαστήματα από κάποιο σημείο μέτρησης των διαστημάτων.

Στα πλαίσια της πορείας αυτής, μπορούμε να ορίσουμε στη συνέχεια (μέσα από συζήτηση στην τάξη) την έννοια της «ταχύτητας» στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ως το πηλίκο του διανυόμενου διαστήματος προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα (δηλαδή ως v = s/t). Η ταχύτητα αυτή πρέπει να δειχθεί (μετά από συζήτηση) ότι ισούται αριθμητικά με το διάστημα που διανύεται στη μονάδα του χρόνου (του χρονικού διαστήματος), όπως άλλωστε υποδηλώνουν και οι μονάδες της. Μια και οι μαθητές είναι αρκετά εξοικειωμένοι με τις μονάδες της ταχύτητας, η σειρά αυτή μπορεί και να αντιστραφεί. Δηλαδή, ξεκινώντας από τις γνωστές στους μαθητές μονάδες ταχύτητας (π.χ. 100 km/h) μπορούμε να ξεκινήσουμε μια συζήτηση για το τι σημαίνει 100 km/h, τι είναι η ταχύτητα και στο τέλος να καταλήξουμε στο v = s/t.

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μπορεί να προσδιορισθεί η «μέση ταχύτητα» (αναγκαία αν θέλουμε να κάνουμε μαθηματική επεξεργασία της κίνησης αυτής) και, με τη βοήθεια της εμπειρίας (π.χ. κοντέρ αυτοκινήτου) και όχι θεωρητικά, η έννοια της «στιγμιαίας ταχύτητας». Επίσης, ορίζεται η έννοια της «επιτάχυνσης» ως το πηλίκο της μεταβολής της (στιγμιαίας) ταχύτητας προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα, δηλαδή $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_{\alpha\rho\chi} - v_{\tau\varepsilon\lambda}}{t}$. Η επιτάχυνση, στη συνέχεια, πρέπει να δειχθεί ότι ισούται αριθμητικά με τη μεταβολή που υφίσταται η ταχύτητα στη μονάδα του χρόνου, χρησιμοποιώντας τις μονάδες επιτάχυνσης που χρησιμοποιούσαν τα παλιότερα αυτοκινητιστικά περιοδικά, π.χ. km/h ανά s (ή km/h/s). Η σειρά αυτή είναι προτιμότερο, να αντιστραφεί, δηλαδή από τον τρόπο που μετρούν την επιτάχυνση τα σημερινά αυτοκινητιστικά περιοδικά (π.χ. 12s για αύξηση ταχύτητας από 0 έως 100km/h), να συζητήσουμε με την τάξη για το τι είναι η επιτάχυνση και να καταλήξουμε στον ορισμό. Η έννοια της επιτάχυνσης, τέλος, μπορεί να επεκταθεί και στην επιβραδυνόμενη κίνηση.

Η έννοια της «επιτάχυνσης» παρουσιάζει, όμως, επιπλέον δυσκολίες, οι οποίες καταγράφονται και στη βιβλιογραφία για τις εναλλακτικές ιδέες ή τις παρανοήσεις των μαθητών. Οι μαθητές δυσκολεύονται να χειρισθούν σωστά την επιτάχυνση και συχνά τη συγχέουν με την ταχύτητα (Knight, 2006). Επεκτείνοντας στη Φυσική την ανάλυση που κάνει η Anna Sfard πάνω στην ανάπτυξη και την οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών (Sfard, 1991 και 1995), οι δυσκολίες αυτές μπορούν να ειδωθούν ως δυσκολίες του μαθηματικού υποβάθρου των εννοιών. Ο προσδιορισμός ή ο υπολογισμός της επιτάχυνσης είναι μια μαθηματική διαδικασία που εφαρμόζεται πάνω σε μια άλλη μαθηματική διαδικασία, εκείνη του προσδιορισμού ή του υπολογισμού της ταχύτητας (v = s/t). Είναι δηλαδή μια διαδικασία 2ης τάξης. Σύμφωνα με τη Sfard (1991 και 1995), απαραίτητος όρος για την κατανόηση των δευτερογενών αυτών διαδικασιών και για την πρόσληψή τους ως αυτόνομων και αυθύπαρκτων μαθηματικών αντικειμένων (εννοιών), είναι η εξοικείωση με τις έννοιες-διαδικασίες 1ης τάξης, και η δομική κατανόησή τους (ως δομών – αυθύπαρκτων οντοτήτων - και όχι ως διαδικασιών). Δηλαδή, ο όρος για την κατανόηση της επιτάχυνσης ως αυθύπαρκτης έννοιας είναι η εξοικείωση με την έννοια της «ταχύτητας» και η πρόσληψής της ως οντότητας και όχι απλώς ως διαδικασίας, πέρα από τον προσδιορισμό της επιτάχυνσης με πολλά παραδείγματα και εφαρμογές σε διαφορετικά περιβάλλοντα, για την πρόσληψή της ως αυτόνομης οντότητας χρειάζονται διαδικασίες χειρισμού της σε διαδικασίες ανώτερης τάξης, όπως π.χ. σε εφαρμογές του 2ου νόμου του Νεύτωνα.

Τα κύρια σημεία της πρότασης αυτής, καθώς και οι συνέπειές της, παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Προτάσεις για τη διδασκαλία της κινηματικής και συνέπειες			
Προτάσεις	**Τι αντικαθιστούν;**	**Τι προβλήματα λύνουν;**	**Τι προβλήματα παραμένουν;**
Κατάτμηση σε επιμέρους κινήσεις Απλή άλγεβρα Χρονικό διάστημα και διανυόμενο διάστημα (μόνο) Ταχύτητα στην ευθ. ομαλή κίνηση Η ταχύτητα ως διάνυσμα μόνο εμπειρικά (κατεύθυνση) Μέση ταχύτητα στην επιταχυνόμενη κίνηση Στιγμιαία ταχύτητα μόνο εμπειρικά Επιτάχυνση στην ευθ. ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση Επέκταση της επιτάχυνσης στην ευθ. ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση	Στοιχεία απειροστικού λογισμού Διανυσματικές σχέσεις Πληθώρα παρόμοιων εννοιών: Χρονική στιγμή – χωρική θέση Μετατόπιση Διανυσματική μετατόπιση Στιγμιαία ταχύτητα ως όριο Στιγμιαία διανυσματική ταχύτητα Μέση διανυσματική ταχύτητα Διανυσματική επιτάχυνση	Δεν εισάγονται μαθηματικά που δεν κατανοεί η πλειοψηφία των μαθητών Δεν εισάγονται μαθηματικές σχέσεις που δεν χρησιμοποιούνται Πληθωρισμό εννοιών Εξοικονόμηση διδακτικού χρόνου	Το πρόγραμμα εξακολουθεί να είναι βαρύ για μαθητές που δε θα πάνε στη θετική ή (στα σοβαρά) στην τεχνολογική κατεύθυνση

Πίνακας 1.

Ακόμα και με το μετασχηματισμό αυτό, παρόλα αυτά, το πρόγραμμα της Α΄ Λυκείου εξακολουθεί να είναι βαρύ (και ίσως αδιάφορο) για τους μαθητές που δεν ενδιαφέρονται να γίνουν (θετικοί) επιστήμονες, γιατροί ή μηχανικοί. Αν ακολουθηθεί με συνέπεια, όμως, οι δυσκολίες γίνονται περισσότερο διαχειρίσιμες. Μια τέτοια διδακτική πορεία, πάντως, είναι πολύ κοντά σε μια πειραματική διαχείριση της κινηματικής. Στις πειραματικές διδασκαλίες μετράμε πάντοτε χρονικά διαστήματα και διανυόμενα διαστήματα, ακόμα και αν αυτά είναι πολύ μικρά όπως π.χ. στον ticker-timer, και η ταχύτητα και η επιτάχυνση υπολογίζονται πάντα από τους απλούς τύπους $v = \frac{\Delta s}{t}$ και $a = \frac{\Delta v}{t}$, όπου t είναι το χρονικό διάστημα.

Βιβλιογραφία

Arons A. (1992). *Οδηγός Διδασκαλίας της Φυσικής* (μτφ. Α. Βαλαδάκης). Αθήνα, Τροχαλία.

Blay M. (2002). *La Science du Mouvement: de Galilée à Lagrange*. Paris, Belin.

Checkley D. (2005). *High School Students' Perceptions of Physics*. Master Thesis. Lethbridge Alberta, University of Lethbridge.

Crowe M. (2007). *Mechanics: from Aristotle to Einstein*. Santa Fe, Green Lion Press.

Driver R. et al (1998). *Οικο-δομώντας τις Έννοιες των Φυσικών Επιστημών: Μια Παγκόσμια Σύνοψη των Ιδεών των Μαθητών* (μετφρ. Μ. Χατζή). Αθήνα, Τυπωθήτω.

Galileo Galilei. (1974, 1st publ. in Italian 1632). *Two New Sciences, Including Centers of Gravity and Force of Percussion* (transl. S. Drake), Madison WI, University of Wisconsin Press.

Harper E. (1987). Ghosts of Diofantus. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 75-90.

Hewitt, P. (2004). *Οι Έννοιες της Φυσικής* (μετφρ. Ε. Σηφάκη & Γ. Παπαδόγγονας). Ηράκλειο, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Klein, J. (1998, από κείμενο διάλεξης του 1932). Ο Κόσμος της Φυσικής και ο «Φυσικός Κόσμος». *Νεύσις*, 7, 41-74.

Knight R. (2006). *Πέντε εύκολα μαθήματα: στρατηγικές για την επιτυχή διδασκαλία της φυσικής* (μετ. Π. Τζαμαλής). Αθήνα, Δίαυλος.

Paty, M. (2003). The Idea of Quantity at the Origin of the Legitimacy of Mathematization in Physics. Στο Could, C. (ed), *Constructivism and Practice: Towards a Social and Historical Epistemology*. Lanham Md. USA, Rowman & Littlefield, p. 109-135.

Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.

Sfard, A. (1995). The Development of Algebra: Confronting Historical and Psychological Perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.

Viète F. (2006, 1st publ. in Latin in 1591). *The Analytic Art* (transl. R. Witmer). Mineola, New York, Dover.

Ο Νίκος Κανδεράκης έχει σπουδάσει Φυσική στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης και έχει κάνει διδακτορικό στην Ιστορία και τη Φιλοσοφία των Επιστημών στο Πανεπιστήμιο Αθηνών. Έχει δουλέψει πολλά χρόνια στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Τα ενδιαφέροντά του εστιάζονται στην Ιστορία της Φυσικής και στη σχέση της με τη διδασκαλία της.